Kanton Zürich

# Zentrale Aufnahmeprüfung 2024
# ZAP 2

## Mathematik

Name: ..... Vorname: .....

Prüfungsnummer: ..... Kantonsschule: .....

**Allgemeine Hinweise:**

- Du hast 90 Minuten Zeit.
- Löse alle Aufgaben in dieses Heft. Wenn du zu wenig Platz hast, kannst du die leeren Seiten benutzen. Du darfst kein zusätzliches Notizpapier verwenden.
- Du darfst die Aufgaben in beliebiger Reihenfolge lösen.
- Deine Lösungswege müssen klar ersichtlich sein. Sämtliche Zwischenresultate und Überlegungsfiguren gehören in dieses Heft.
- Geometrische Konstruktionen müssen nachvollziehbar sein.
- Hebe deine Schlussresultate deutlich hervor.
- Streiche durch, was nicht bewertet werden soll.
- Gibst du in einer Aufgabe verschiedene, darunter auch falsche Lösungen und/oder Lösungswege an, kannst du nicht die volle Punktzahl erzielen.
- Du darfst nur einen der folgenden Taschenrechner benutzen:
  TI-30 ECO RS, TI-30X IIS, CASIO FX-82 Solar II oder SHARP EL-501 T.
- **Du darfst erst umblättern und mit dem Lösen der Aufgaben beginnen, wenn die Lehrerin oder der Lehrer das Signal dazu gibt.**

**Punkteverteilung (bitte nicht ausfüllen):**

| Aufgabe Nummer | 1a | 1b | 1c | 1d | 1e | 1f | 1g | 1h | 1i |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Maximale Punktzahl | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Erreichte Punktzahl | | | | | | | | | |

| Aufgabe Nummer | 2a | 2b | 3a | 3b | 4a | 4b | 4c | 5a | 5b | 6 | 7a | 7b | 8 | 9a | 9b | 9c | 10a | 10b | **Total** | **Note** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Maximale Punktzahl | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | **37** | |
| Erreichte Punktzahl | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**1** **a)** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

**a1)** $\frac{(6xy)^2}{3y}$

**a2)** $\frac{8xy + 12x^2}{4x}$

**b)** Berechne das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) von 42 und 45.

**c)** Klammere so viel wie möglich aus.

$4x^2 \cdot 8y + 12xy^2$

**d)** Löse die Gleichung nach $x$ auf.

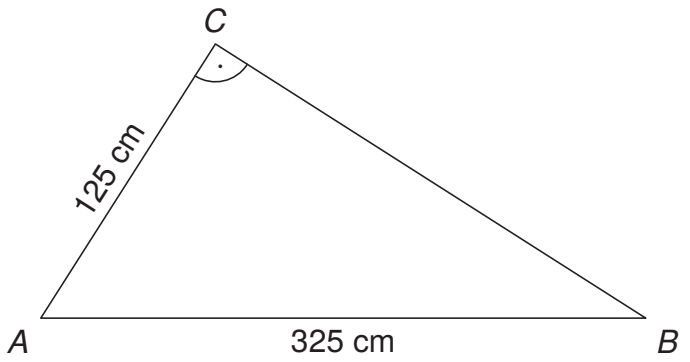
$$y = \frac{3 - x}{2}$$

**e)** Schreibe in Stunden, Minuten und Sekunden.

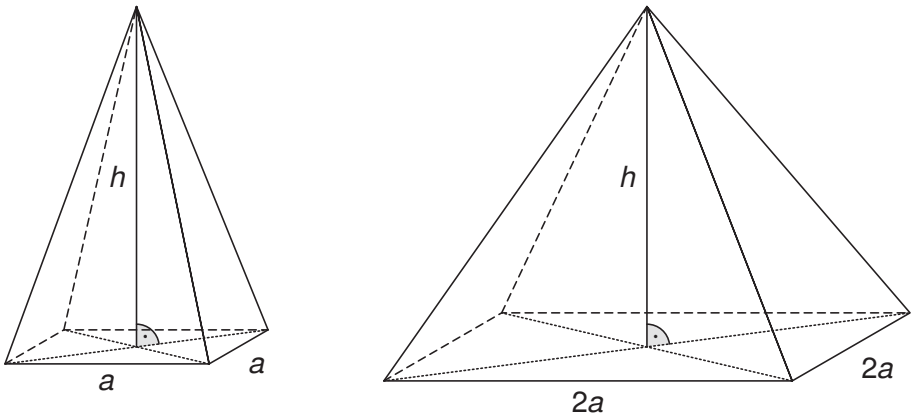
4.72 h = _____ h _____ min _____ s

**f)** Zwei gewöhnliche Spielwürfel (Augenzahlen von 1 bis 6) werden gleichzeitig geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass dabei eine 2 und eine 3 gewürfelt wird.

**g)** Berechne den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks *ABC* in $cm^2$.




**h)** Die beiden abgebildeten quadratischen Pyramiden A und B haben die gleiche Höhe. Das Volumen der Pyramide A beträgt 50 $cm^3$. Berechne das Volumen der Pyramide B in $cm^3$.

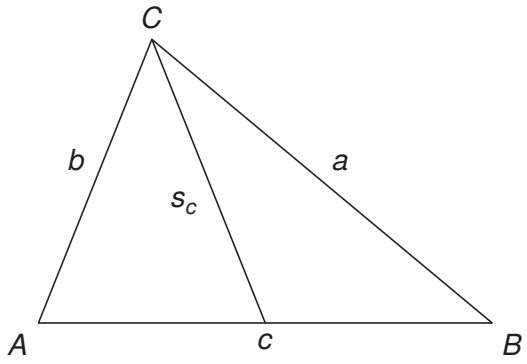



Pyramide A Pyramide B

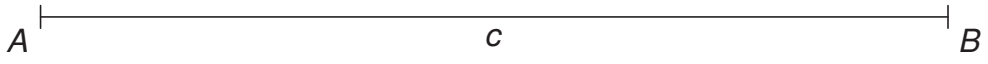
**i)** Von einem Dreieck $ABC$ kennt man die Seite $c$, die Schwerlinie $s_c = 8$ cm sowie den Winkel $\beta = 70°$.

Die Seite $c = AB$ ist unten bereits vorgegeben. Konstruiere den Rest des Dreiecks $ABC$. Deine Konstruktionsschritte müssen ersichtlich sein.

*Skizze:*




*Konstruktion:*



**2** Löse die Gleichungen nach $x$ auf.

**a)** $5x - 2(x + 3) = 8x + (2 - x)$

**b)** $\frac{2}{3} \cdot \left(5x + \frac{1}{4}\right) = 3x + \frac{13}{6}$

**3** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

**a)** $\frac{5ac^2}{6d^2} : \frac{10ac}{9d} + \frac{c}{2d}$

**b)** $\sqrt{49x^2 + (4x)^2 + (-4x)^2} - \sqrt{2x} \cdot \sqrt{18x}$

**4** Im Folgenden werden drei verschiedene Situationen beschrieben. Stelle jeweils eine Gleichung mit der Unbekannten $x$ auf, welche die Situation des Textes beschreibt. Ausser $x$ darf keine weitere Unbekannte in der Gleichung vorkommen.

**Die Gleichungen sollen *nicht* gelöst und auch *nicht* vereinfacht werden!**

**a)** Gesucht ist eine Zahl. Das Doppelte der um 3 vergrösserten Zahl ist um 8 grösser als das Vierfache der um 10 verkleinerten Zahl.

$x$: gesuchte Zahl

Die Gleichung lautet:

Notizen:

**b)** Ein Becken, das 18 000 Liter Wasser fasst, kann durch zwei Röhren gefüllt werden. Röhre A liefert doppelt so viel Wasser pro Sekunde wie Röhre B.

Das Becken ist leer. Beide Röhren werden während 250 s geöffnet, dann wird Röhre A geschlossen, während Röhre B noch weitere 85 s offen bleibt. Nun ist das Becken voll.

Gesucht ist die Anzahl Liter Wasser, die Röhre B pro Sekunde liefert.

$x$: Anzahl Liter Wasser, die Röhre B pro Sekunde liefert

Die Gleichung lautet:

Notizen:

**c)** Familie Jegen hat 4000 Einheiten Strom verbraucht. Dabei hat sie eine Mischung aus Ökostrom (CHF 0.33 pro Einheit) und Graustrom (CHF 0.28 pro Einheit) bezogen. Dafür bezahlt Familie Jegen CHF 1200. Wie viele Einheiten Ökostrom hat sie bezogen?

$x$: Anzahl Einheiten Ökostrom

Die Gleichung lautet:

Notizen:

**5** **a)** Ein Bauer liefert 56 kg Karotten und 104 kg Bohnen. Von dieser Lieferung können 47 kg Karotten und 65 kg Bohnen verkauft werden. Berechne den Anteil Karotten am nicht verkauften Gemüse. Gib das Ergebnis in Prozent oder als Bruch an.

**b)** Nino mischt Sirup und Wasser und erhält so 4 Liter Getränkemischung. Die Mischung besteht zu 15 % aus Sirup und zu 85 % aus Wasser. Lea hätte lieber eine Getränkemischung, die nur zu 8 % aus Sirup besteht. Berechne, wie viele Liter Wasser Lea zur bestehenden Getränkemischung giessen muss, um dies zu erreichen.

**6** In Abbildung 1 ist ein prismenförmiges Gefäss dargestellt. Abbildung 2 zeigt die Ansicht von vorne.

Das leere Gefäss wird mit konstantem Zufluss gefüllt, bis es randvoll ist.

Im Diagramm soll die Füllhöhe $h$ in Abhängigkeit der Zeit $t$ dargestellt werden. Der erste Teil des Graphen ist bereits eingezeichnet. Vervollständige den Graphen. Entnimm die nötigen Massangaben der Abbildung 2.

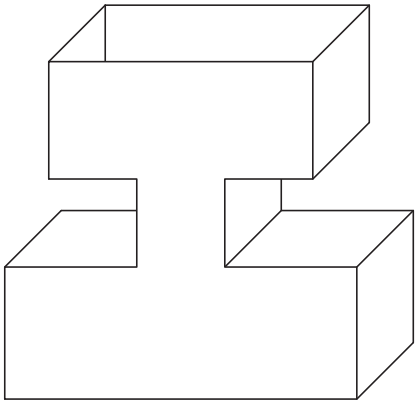


Abbildung 1

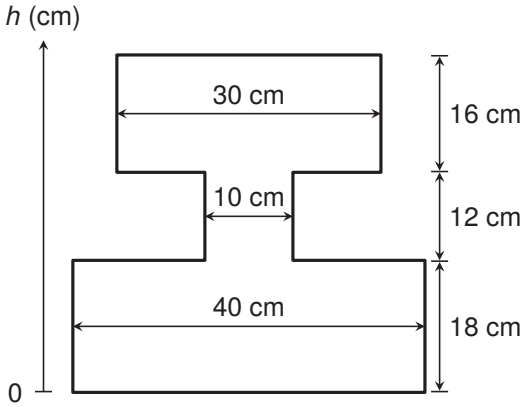
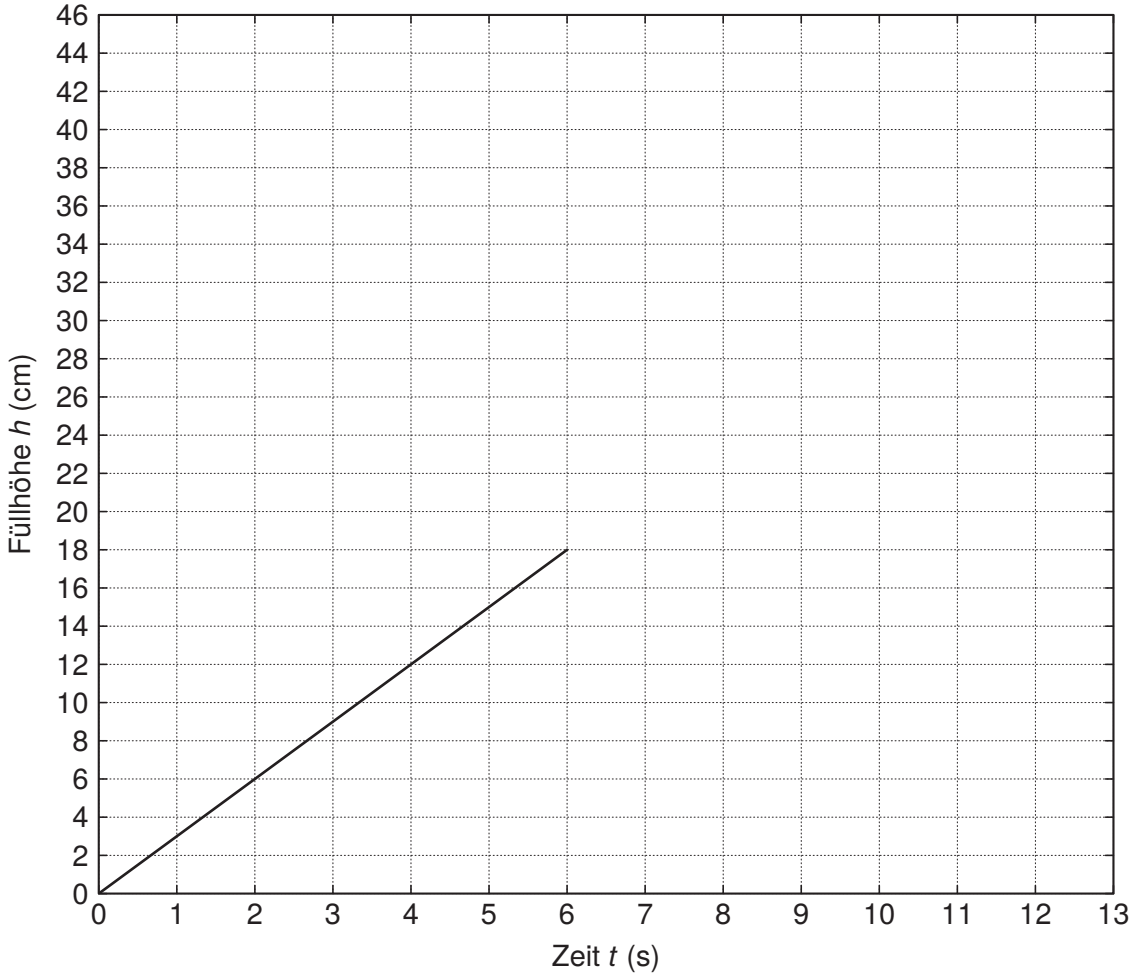


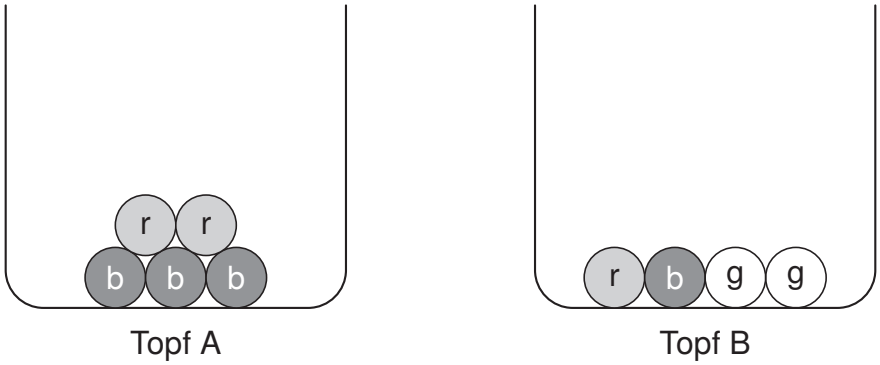

Abbildung 2



**7 a)** Im Topf A liegen 2 rote und 3 blaue Kugeln.

Im Topf B liegen 1 rote, 1 blaue und 2 grüne Kugeln.

Es wird aus jedem Topf zufällig eine Kugel gezogen.

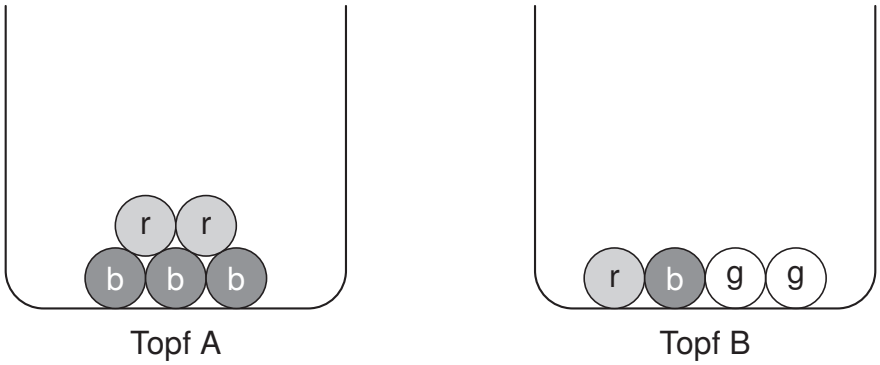



Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass zwei verschiedenfarbige Kugeln gezogen werden.

**b)** Im Topf A liegen wieder 2 rote und 3 blaue Kugeln.

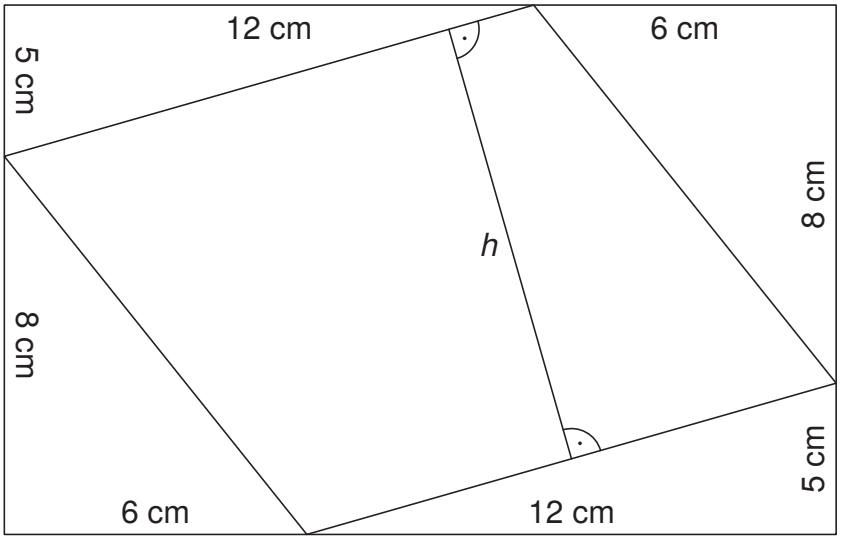
Im Topf B liegen wieder 1 rote, 1 blaue und 2 grüne Kugeln.

Es wird eine bestimmte Anzahl grüner Kugeln in den Topf A dazugelegt. Dann wird wieder aus jedem Topf zufällig eine Kugel gezogen.

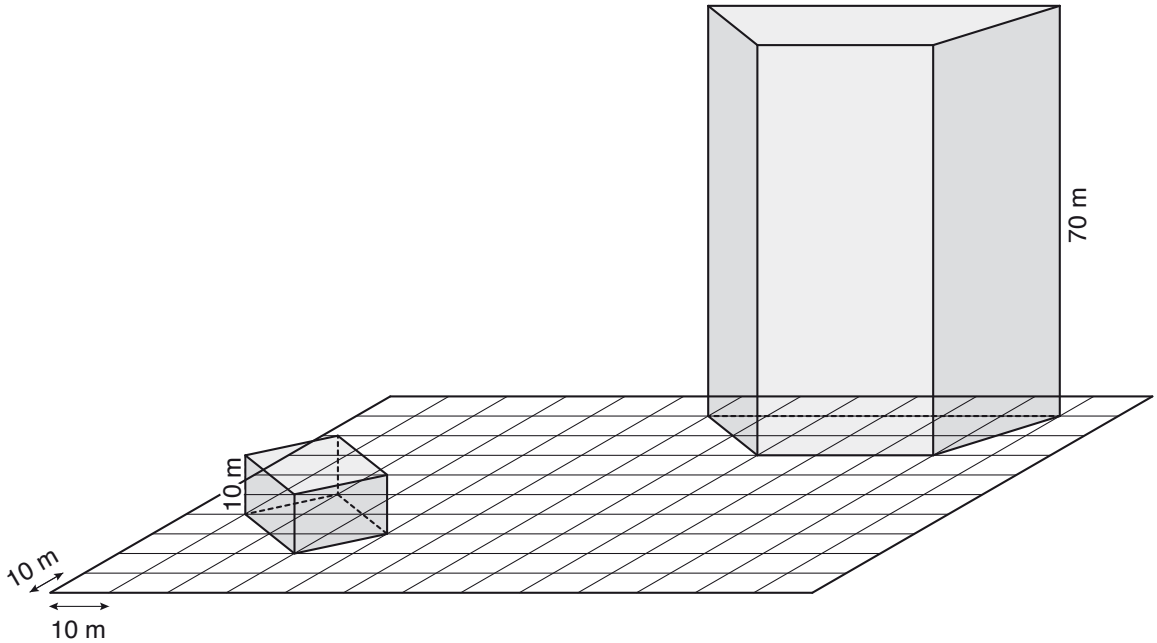



Berechne, wie viele grüne Kugeln man in den Topf A legen muss, damit die Wahrscheinlichkeit, aus Topf A und Topf B je eine grüne Kugel zu ziehen, $\frac{3}{16}$ beträgt. Begründe deine Antwort mit einer Rechnung oder einer Skizze.

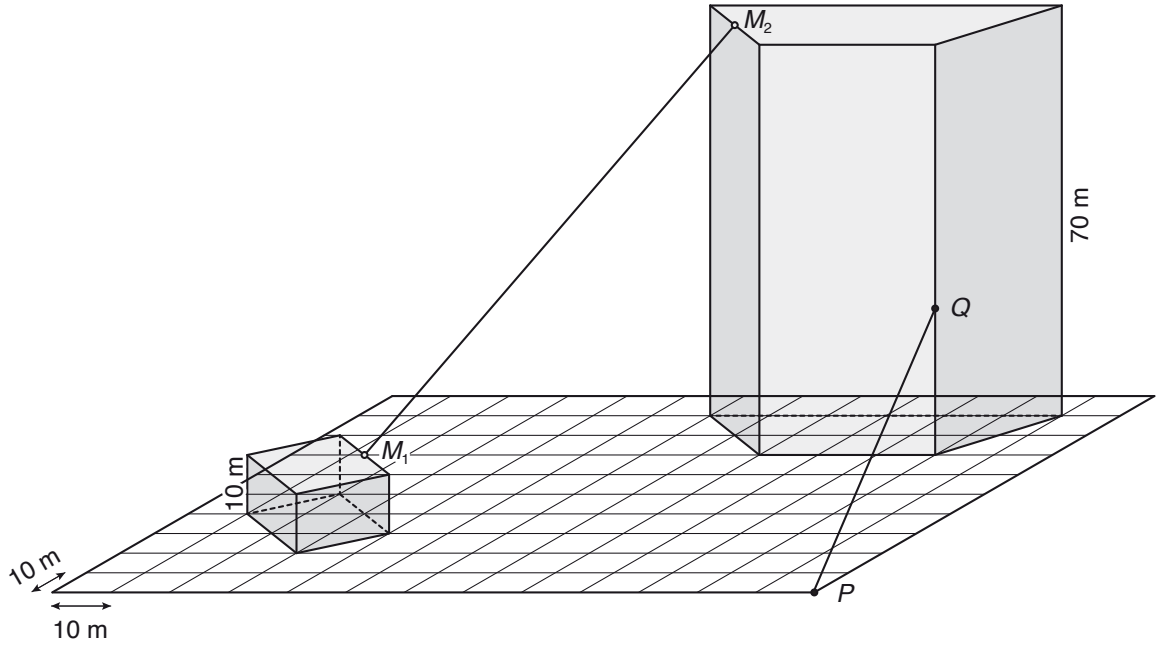
**8** Einem Rechteck ist ein Parallelenviereck einbeschrieben. Berechne die Länge der Höhe *h* des Parallelenvierecks. Die Abbildung ist nicht massstabsgetreu.



**9** Unten ist ein Plan mit zwei Gebäuden abgebildet. Das kleine Gebäude ist ein Quader, das grosse ist ein Prisma. Der Abstand zwischen zwei Gitternetzlinien beträgt 10 m.




**a)** Berechne das Volumen des grossen Gebäudes in $m^3$.




**b)** Die Punkte $M_1$ und $M_2$ sind Kantenmittelpunkte. Berechne die Länge der Strecke von $M_1$ zu $M_2$ in m.

**c)** Die Strecke von $P$ zu $Q$ misst 78 m. Berechne, wie viele Meter über dem Boden der Punkt $Q$ liegt.

**10 a)** Die Planeten *A* und *B* umkreisen den Stern *S* im Uhrzeigersinn. Mittelpunkt beider Bahnen ist der Stern *S*.

Für eine Umkreisung benötigt der Planet *A* 360 Tage, der Planet *B* 900 Tage.

Abbildung 1 zeigt die Ausgangslage der drei Himmelskörper. Abbildung 2 zeigt die Lage der drei Himmelskörper 45 Tage später.

(Die Abbildungen sind nicht massstabsgetreu.)

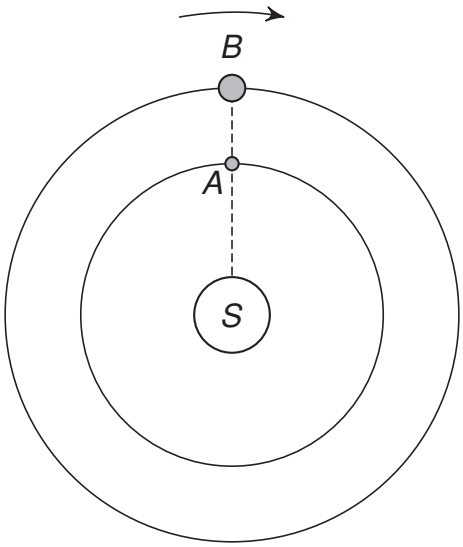



Abbildung 1: Ausgangslage

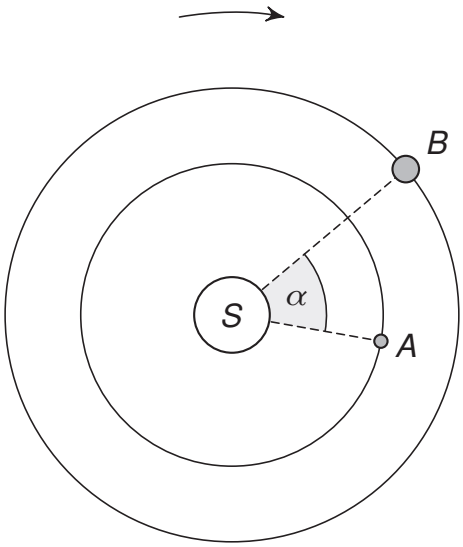



Abbildung 2: 45 Tage später

Berechne den Winkel $\alpha$ aus Abbildung 2.

**b)** Auch die Planeten *C* und *D* umkreisen den Stern *S* im Uhrzeigersinn. Mittelpunkt beider Bahnen ist der Stern *S*.

Für eine Umkreisung benötigt der Planet *D* 180 Tage. Der Planet *C* benötigt dafür weniger lang.

Abbildung 3 zeigt die Ausgangslage der drei Himmelskörper. Abbildung 4 zeigt die Lage der drei Himmelskörper 90 Tage später.

(Die Abbildungen sind nicht massstabsgetreu.)

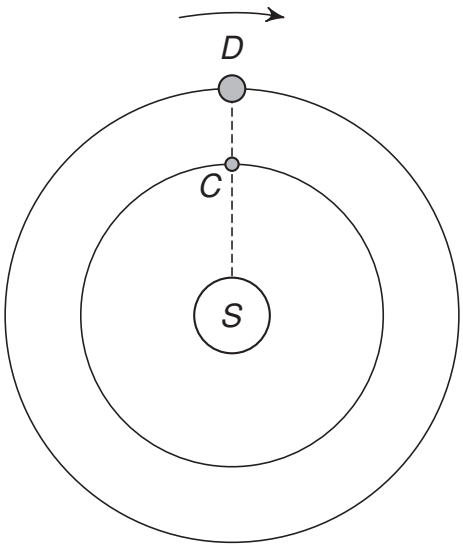



Abbildung 3: Ausgangslage

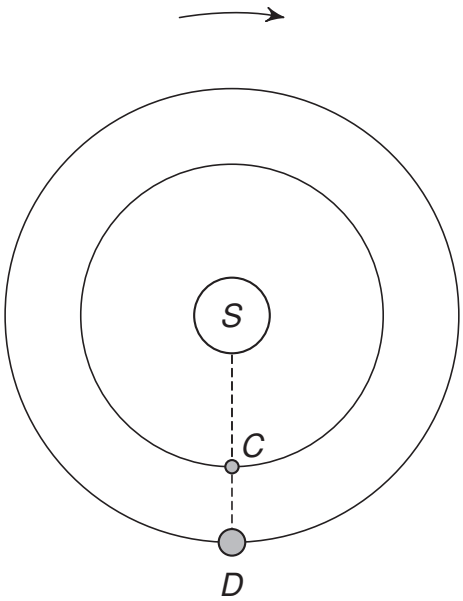



Abbildung 4: 90 Tage später

Berechne, wie viele Tage der Planet *C* für eine Umkreisung des Sterns benötigt.

Es gibt mehrere Lösungen. Du brauchst nur eine anzugeben.