

# Aufnahmeprüfung BM1 2021

## Mathematik

### Lösungen

Allgemeine Hinweise für die Experten:

1. Die kleinste Bewertungseinheit ist ein halber Punkt (keine Viertelpunkte), gemäss Bewertungsschlüssel und Notenskala.
2. Für alle Aufgaben ist der Lösungsweg Bedingung für die Bewertung.
3. Grundlage der Prüfung sind Lehrplan und Lehrmittel der Aargauischen Sekundarschulen.
4. Um allen BM-Richtungen gerecht zu werden, hat die Prüfung Überhang: Note 6 für 25 von 30 Punkten.

Notenskala:

Punkte	Note	Punkte	Note
0	1	14.5	4
0.5	1	15	4
1	1	15.5	4
1.5	1.5	16	4
2	1.5	16.5	4
2.5	1.5	17	4
3	1.5	17.5	4.5
3.5	1.5	18	4.5
4	2	18.5	4.5
4.5	2	19	4.5
5	2	19.5	4.5
5.5	2	20	5
6	2	20.5	5
6.5	2.5	21	5
7	2.5	21.5	5
7.5	2.5	22	5
8	2.5	22.5	5.5
8.5	2.5	23	5.5
9	2.5	23.5	5.5
9.5	3	24	5.5
10	3	24.5	5.5
10.5	3	25-30	6
11	3		
11.5	3		
12	3.5		
12.5	3.5		
13	3.5		
13.5	3.5		
14	3.5		

**1. Terme vereinfachen****2 Punkte**

	Lösungen	Punkte	Hinweise
	$(3x + 2)^2 - (5 - x)(x + 3)$ $9x^2 + 12x + 4 - (5x + 15 - x^2 - 3x)$ $9x^2 + 12x + 4 - (2x + 15 - x^2)$ $9x^2 + 12x + 4 - 2x - 15 + x^2$ $\underline{\underline{10x^2 + 10x - 11}}$	1   0.5  0.5	je 0.5P pro Klammer

**2. Faktorisieren****2 Punkte**

	Lösungen	Punkte	Hinweise
a)	$15x^2 - 27xy - 12xz$ $\underline{\underline{3x(5x - 9y - 4z)}}$	1.0	
b)	$n^3 - 19n^2 + 90n$ $n(n^2 - 19n + 90)$ $\underline{\underline{n(n - 9)(n - 10)}}$	0.5  0.5	

**3. Gleichung auflösen****3.5 Punkte**

	Lösungen	Punkte	Hinweise
	$(x + 9)^2 = 28 + (x - 5)^2$ $x^2 + 18x + 81 = 28 + (x^2 - 10x + 25)$ $x^2 + 18x + 81 = 53 + x^2 - 10x \quad   - x^2$ $18x + 81 = 53 - 10x \quad   + 10x$ $28x + 81 = 53 \quad   - 81$ $28x = -28 \quad   :28$ $\underline{\underline{x = -1}}$	1  0.5  0.5  0.5  0.5	je 0.5P für Klammer

## 4. Gleichung auflösen

3 Punkte

Lösungen	Punkte	Hinweise
$\frac{x-5}{4} - \frac{x-5}{8} = \frac{1}{8}$		
$\frac{2(x-5)}{8} - \frac{x-5}{8} = \frac{1}{8} \quad   \cdot 8$	0.5	
$2(x-5) - (x-5) = 1$	0.5	
$2x - 10 - x + 5 = 1$	1	
$x - 5 = 1 \quad   + 5$	0.5	
$\underline{\underline{x = 6}}$	0.5	

## 5. Bruch kürzen

2 Punkte

Lösungen	Punkte	Hinweise
$\frac{9x(3x+3y)}{6x+6y}$		
$\frac{27x(x+y)}{6(x+y)} \text{ oder } \frac{9x(3x+3y)}{2(3x+3y)}$	1	
$\underline{\underline{\frac{9x}{2}}} \text{ oder } \underline{\underline{4.5x}}$	1	Zahlen kürzen, Klammer kürzen Kürzen aus Summen ergibt 0P

## 6. Prozentrechnen

4 Punkte

Lösungen	Punkte	Hinweise
Ansatz: 1. und 2. Pack je CHF 13.25 Ab dem 3. Pack je CHF $13.25 \cdot 0.8 = \text{CHF } 10.60$ Total: CHF 90.10	1	Ansatz korrekt (inkl. korrekter Berechnung verbilligter Preis)
Gleichung: $2 \cdot 13.25 + x \cdot 10.6 = 90.1$ $26.5 + 10.6x = 90.1 \quad   - 26.5$ $10.6x = 63.6 \quad   : 10.6$ $x = 6$	1	Gleichung korrekt
Anzahl 6er-Pack: 2 zum normalen Preis, 6 zum verbilligten Preis, also 8 Pack.	0.5	Korrekte Berechnung der Anzahl 6er-Pack
Anzahl Flaschen: $8 \cdot 6 \text{ Flaschen} = 48 \text{ Flaschen}$		Korrekte Berechnung der Anzahl Flaschen
Antwort: Rahel kauft <u>48 Flaschen</u> ein.	0.5	

	Alternative Lösung: Mittels Ausprobieren und vollständiger und korrekter Dokumentation der Überlegungen. (Volle Punktzahl)		
--	--	--	--

**7. Textaufgabe**

**3.5 Punkte**

Lösungen	Punkte	Hinweise															
<p>Ansatz:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 40%;">4er-Zelte</td> <td style="width: 40%;">6er-Zelte</td> </tr> <tr> <td>Anzahl</td> <td>2x</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>Schlafplätze</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte</td> <td>4 · 2x</td> <td>6x</td> </tr> <tr> <td colspan="3">Total Schlafplätze insgesamt: 98</td> </tr> </table> <p>Gleichung: <math>4 \cdot 2x + 6x = 98</math>  <math>14x = 98 \quad   : 14</math>  <math>x = 7</math></p> <p>Anzahl 4er-Zelte: <math>2 \cdot 7 = 14</math></p> <p>Antwort: Es hat <u>14 4er- und 7 6er-Zelte</u>.</p> <p>Alternative Lösung: Mittels Ausprobieren und vollständiger und korrekter Dokumentation der Überlegungen. (Volle Punktzahl)</p>		4er-Zelte	6er-Zelte	Anzahl	2x	x	Schlafplätze	4	6	Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte	4 · 2x	6x	Total Schlafplätze insgesamt: 98			<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>1</p> <p>0.5</p> <p>1</p>	<p>Verhältnis zwischen der Anzahl Zeltsorten korrekt</p> <p>Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte korrekt</p> <p>Gleichung korrekt</p> <p>Gleichung korrekt aufgelöst</p> <p>Anzahl Zelte korrekt (je Zeltsorte 0.5P)</p>
	4er-Zelte	6er-Zelte															
Anzahl	2x	x															
Schlafplätze	4	6															
Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte	4 · 2x	6x															
Total Schlafplätze insgesamt: 98																	

**8. Wahrscheinlichkeit**

**1.5 Punkte**

Lösungen	Punkte	Hinweise
<p>Da jede Kugel wieder zurückgelegt wird und es von jeder Sorte gleich viele Kugeln hat, ist die Wahrscheinlichkeit für jeden Zug und jede Kugelsorte: <math>\frac{1}{2}</math> bzw. <math>\frac{6}{12}</math></p> <p>Es wird 4x mal mit derselben Wahrscheinlichkeit gezogen:  <math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}</math> bzw. <math>\frac{6}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{6}{12} = \frac{1}{16}</math> bzw. 0.0625</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit beträgt <math>\frac{1}{16}</math> bzw. 0.0625.</p> <p>Alternative Lösung auch über Dezimalzahlen.</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>	<p>«Einzelwahrscheinlichkeit» korrekt</p> <p>«Einzelwahrscheinlichkeiten» pro Zug mit sich selbst multipliziert</p> <p>Korrektes Resultat</p>

## 9. Blech

4 Punkte

Lösungen	Punkte	Hinweise
$A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreisring}} \text{ oder}$ $A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{äusserer Kreis}} + A_{\text{innerer Kreis}}$	0.5	Ansatz korrekt
<p>Fläche Quadrat: <math>A_{\text{Quadrat}} = a \cdot a</math></p> $= 12\text{cm} \cdot 12\text{cm}$ $= 144\text{cm}^2$	0.5	Quadratfläche richtig berechnet,
<p>Fläche Kreisring <math>= A_{\text{äusserer Kreis}} - A_{\text{innerer Kreis}}</math></p> <p><math>A_{\text{äusserer Kreis}}</math>: Radius <math>r_a = 6\text{cm}</math></p> $A_a = r_a^2 \cdot \pi = (6\text{cm})^2 \cdot \pi = 113.097 \dots \text{cm}^2$	0.5	Fläche richtig berechnet, auch korrekt: $A_a = 113.10\text{cm}^2$
<p><math>A_{\text{innerer Kreis}}</math>: Radius <math>r_i = r_a - d</math></p> $= 6\text{cm} - 2.5\text{cm} = 3.5\text{cm}$ $A_i = r_i^2 \cdot \pi = (3.5\text{cm})^2 \cdot \pi = 38.484 \dots \text{cm}^2$	1.0	0.5 korrekter Radius, 0.5 Fläche richtig berechnet, auch korrekt: $A_i = 38.48\text{cm}^2$
$A_{\text{Kreisring}} = A_a - A_i$ $= 113.097 \dots \text{cm}^2 - 38.484 \dots \text{cm}^2$ $= 74.612 \dots \text{cm}^2$	0.5	Kreisringfläche korrekt berechnet, auch korrekt: $A_K = 74.62\text{cm}^2$
$A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreisring}}$ $= 144\text{cm}^2 - 74.612 \dots \text{cm}^2$ $= 69.387 \dots \text{cm}^2 = \underline{\underline{69.39\text{cm}^2}}$	1.0	Blechfläche korrekt, 0.5 korrekt gerundet, 0.5 Einheit korrekt auch richtig: $A_B = 69.38\text{cm}^2$
<p>Alternative:</p> $A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{äusserer Kreis}} + A_{\text{innerer Kreis}}$ $= 144\text{cm}^2 - 113.097 \dots \text{cm}^2 + 38.484 \dots \text{cm}^2$ $= 69.387 \dots \text{cm}^2 = \underline{\underline{69.39\text{cm}^2}}$		Kein Abzug, falls bei Zwischenschritten Einheit fehlt



**Alternativ mit a = 6.6 cm:**

$$s = \sqrt{(3.3cm)^2 + (6.8cm)^2}$$

$$= \sqrt{10.89cm^2 + 46.24cm^2}$$

$$= \sqrt{57.13cm^2} = 7.558 \dots cm = \underline{\underline{7.6cm}}$$

oder via Diagonale:

$$d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{(6.6cm)^2 + (6.6cm)^2}$$

$$= \sqrt{43.56cm^2 + 43.56cm^2}$$

$$= \sqrt{87.12cm^2} = 9.333 \dots cm = 9.3cm$$

Kantenlänge s:

$$s = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{(4.65cm)^2 + (6cm)^2}$$

$$= \sqrt{21.6225cm^2 + 36cm^2} = \sqrt{57.6225cm^2}$$

$$= 7.590 \dots cm = \underline{\underline{7.6cm}}$$

c) *Volumen Pyramide:*  $V = \frac{A \cdot h}{3}$

*Grundfläche:*  $A = a \cdot a = 6.4cm \cdot 6.4cm$   
 $= 40.96cm^2$

$$V = \frac{40.96cm^2 \cdot 6cm}{3} = \frac{245.76cm^3}{3}$$

$$= 81.92cm^3 = \underline{\underline{81.9cm^3}}$$

**Alternativ mit a = 6.6 cm:**

*Grundfläche:*  $A = a \cdot a = 6.6cm \cdot 6.6cm$   
 $= 43.56cm^2$

$$V = \frac{43.56cm^2 \cdot 6cm}{3} = \frac{261.36cm^3}{3}$$

$$= 87.12cm^3 = \underline{\underline{87.1cm^3}}$$

Auch korrekt:

$$\frac{d}{2} = 4.7cm$$

0.5 Ansatz korrekt

0.5 Korrekt berechnet, auch korrekt:  $41cm^2$

1.0 Korrekt berechnet, 0.5 korrekt gerundet, 0.5 Einheit korrekt auch korrekt:  $82cm^3$ , falls mit gerundeter Grundfläche gerechnet

Auch korrekt:  $87.2cm^3$ , falls mit gerundeter Grundfläche gerechnet

Kein Abzug, falls bei Zwischenschritten Einheit fehlt